Disequazione esponenziale Aux 2

Utilizzando il metodo della incognita ausiliaria risolvere la disequazione

$$2 * 3^{-x} - 3^{x} \geq 1$$

Questa disequazione non è riconducibile a disuguaglianze di due potenze di ugual base.

Ricorriamo allora al metodo della variabile ausiliaria

Poniamo $$3^{x} = t$$

Da cui $$3^{-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x} = \frac{1}{3^{x}}$$

La disequazione diventa

$$2 * \frac{1}{t} - t \geq 1$$

Eseguendo i calcoli

$$\frac{2 - t^2}{t} \geq 1$$

$$\frac{2 - t^2}{t} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2 - t^2 - t}{t} \geq 0$$

Il denominatore è sempre > 0 per definizione

Quindi il segno dipende solo dal numeratore

$$2 - t^2 - t \geq 0$$

Ordiniamo

$$-t^2 - t + 2 \geq 0$$

Che possiamo scrivere come

$$t^2 + t - 2 \leq 0$$

Le soluzioni dell'equazione associata sono:

$$\Delta = 1 - 4(1)(-2) = 9$$

Le soluzioni sono $t_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$ $\quad$ $t_2 = \frac{-1-3}{2} = -2$

$t_1 = 1$ e $t_2 = -2$

Le soluzioni della disequazione sono per valori interni all'intervallo -2; 1 cioè $-2 \leq t \leq 1$

Ma avendo posto $3^x = t$

t non può essere ≤ 0

e quindi la soluzione accettabile è: $0 < t \leq 1$

Sostituendo la variabile ausiliaria sarà:

$$0 < 3^x \leq 1$$

Come sappiamo solo gli esponenti negativi rendono la potenza minore dell'unità

Quindi la soluzione è per ogni

$$x \leq 0$$

[Vai al corso]