

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} =$$

Soluzione

Poiché il ln di 1 = 0

Siamo nella forma indeterminata 0/0

Separiamo i fattori

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln(1+x) =$$

Ricordando una proprietà dei logaritmi che

$$\frac{1}{x} \ln f(x) = \ln f(x)^x$$

Si ha

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln[(1+x)]^{\frac{1}{x}}$$

Poniamo adesso $y = \frac{1}{x}$

E notiamo che quando $x \rightarrow 0$ $y \rightarrow \infty$

Per cui il lim diventa

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \ln \left(1 + \frac{1}{y} \right)^y$$

Ricordando che

$$\lim \ln f(x) = \ln \lim f(x)$$

Si ha

$$\ln \left(\lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{y} \right)^y \right)$$

Essendo (e)

Risulta $\ln e = 1$

CORSO DI MATEMATICA