Calcolare il limite della seguente forma indeterminata 0/0 4a

$$\lim_{x \to 0} \frac{cosx-1}{x^2}$$

Soluzione

$$f(0) = \frac{cos0 - 1}{0^2}$$

$$f(\infty) = \frac{1 - 1}{0}$$

$$f(\infty) = \frac{0}{0}$$

Siamo di fronte alla forma indeterminata $\frac{0}{0}$

Ripartiamo dalla funzione

$$\lim_{x \to 0} \frac{cosx - 1}{x^2}$$

Moltiplichiamo e dividiamo per cos x + 1

$$\lim_{x \to 0} \frac{cosx - 1}{x^2} * \frac{cosx + 1}{cosx + 1}$$

Otteniamo:

$$\lim_{x \to 0} \frac{cos^2x - 1}{x^2} * \frac{1}{cosx + 1}$$

Dalla I relazione fondamentale

$$cos^2x - 1 = sen^2x$$

Per cui

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen^2 x}{x^2} * \frac{1}{cosx + 1}$$

Scomponendo

$$\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} * \frac{senx}{x} * \frac{1}{cosx + 1}$$

Ricordando che il limite notevole

$$\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} = 1$$

Risulta:

$$1 * 1 * \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$